

Resumen de probabilidades, teoremas fundamentales y ejemplos

Clases 6

Reglas de la probabilidad:

Eventos complementarios

$$P(A_{comp}) = 1 - P(A)$$

Regla de la suma (unión) resto si hay intersección

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Regla del producto (intersección)(con condicional)

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B / A) = P(B) \times P(A / B)$$

Probabilidad condicional

$$P_c(A / B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Eventos incompatibles

$$P(A \cap B) = \emptyset$$

Eventos Independientes (compatibles)

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Eventos Independientes (se solapan) o solo

$$P(A \cap B) = P(A) \bullet P(B)$$

Veo la intersección

$$P(A / B) = P(A)$$

$$P(B / A) = P(B)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$$

Probabilidad de varias intersecciones

Tablas de Contingencia

- Distribución de frecuencias

-

	FK	PG	TOTAL
Granito	50	10	60
Gabro	10	60	70
Total	60	70	130

- Suponiendo que el tamaño de la muestra es lo suficientemente grande se pueden calcular probabilidades

3

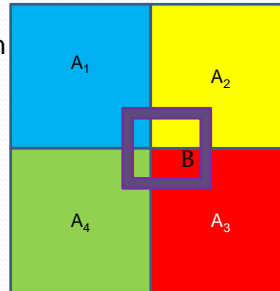
Utilizando las tablas...

- $P(FK)$
- $P(Gr)$
- $P(\text{Gabro intersección } Pg)$
- $P(Pg/Gr)$
- Si un grano es FK cuan probables es que provenga de un granito?.
- De los granitos que proporción tienen las Pg?.
- La condición de FK es independiente del tipo de roca?
- Que % de individuos son Gb o Pg?.

4

Todo suceso B puede ser descompuesto en componentes de dicho sistema

- Cada cuadrado A_x es un suceso incompatible tal que la suma de ellos cubre todo el espacio muestral S: se denomina sistema exhaustivo y excluyente de sucesos



B es un B que está condicionado por $A_i \rightarrow$ regla del producto.

$$B = (B \cap A_1) \cup (B \cap A_2) \cup (B \cap A_3) \cup (B \cap A_4)$$

$$P(B) = P(B \cap A_1) + P(B \cap A_2) + P(B \cap A_3) + P(B \cap A_4)$$

$$= P(B / A_1) \cdot P(A_1) + P(B / A_2) \cdot P(A_2) + \dots$$

Teorema de la probabilidad total

5

Ejemplo

- En una muestra de sedimento el 70% es grava. De esta el 10% es cuarzosa. El resto de la muestra es arena y el 20% es cuarzosa.
- Qué porcentaje cuarzoso hay en total?
- Espacio muestral: gravas y arena (100%) por el teorema de la probabilidad total, sistema exhaustivo (no queda nada afuera) y excluyente (cuando es grava NO es arena).

$$P(Qz) = P(Qz \cap Gr) + P(Qz \cap Ar)$$

$$P(Qz) = P(Gr) \cdot P(Qz / Gr) + P(Ar) \cdot P(Qz / Ar)$$

6

Teorema de Bayes

- Si conocemos la probabilidad de B en cada uno de los componentes de un sistema que cumple el TPT, entonces....

Si ocurre B, podemos calcular la probabilidad (a posteriori) de ocurrencia de cada A_i .

$$P(A_i / B) = \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

$$= \frac{P(A_i) \cdot P(B / A_i)}{\sum [P(A_i) \cdot P(B / A_i)]}$$

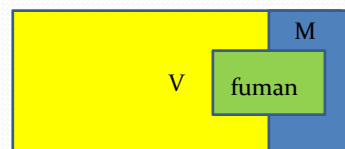
7

Ejemplo

- En una aula el 70% de los alumnos son mujeres. De ellas el 10% son fumadoras. De los varones, son fumadores el 20%

Se elige un individuo al azar y resulta fumador, cuál es la probabilidad de que sea un varón?. $P(V/F)$

Teorema de Bayes:
Estima la probabilidad desconocida (a posteriori) a partir de nueva información (suceso condicionante)



$$P(F) = P(F \cap M) + P(F \cap V)$$

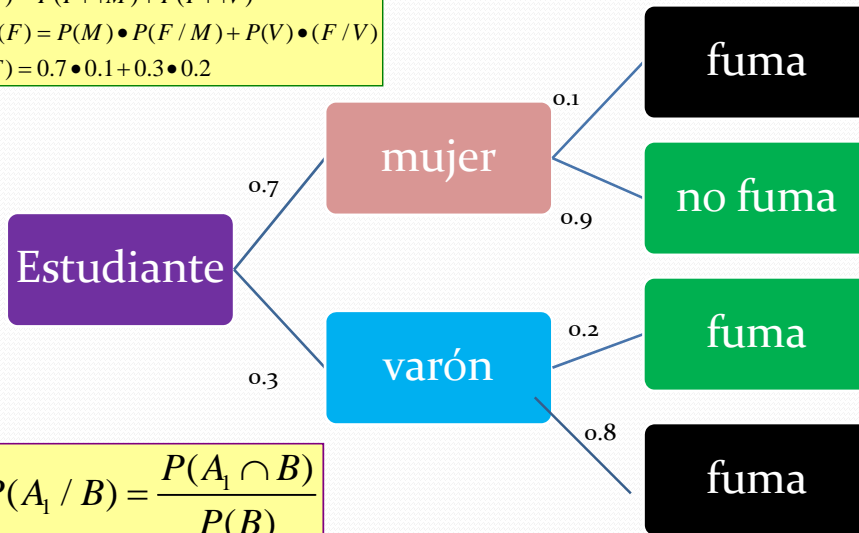
$$= P(F) = P(M) \cdot P(F / M) + P(V) \cdot P(F / V)$$

$$P(F) = 0.7 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.2$$

8

Expresión del problema en forma de árbol

$$\begin{aligned}
 P(F) &= P(F \cap M) + P(F \cap V) \\
 &= P(F) = P(M) \cdot P(F / M) + P(V) \cdot P(F / V) \\
 P(F) &= 0.7 \cdot 0.1 + 0.3 \cdot 0.2
 \end{aligned}$$



$$P(A_1 / B) = \frac{P(A_1 \cap B)}{P(B)}$$

9

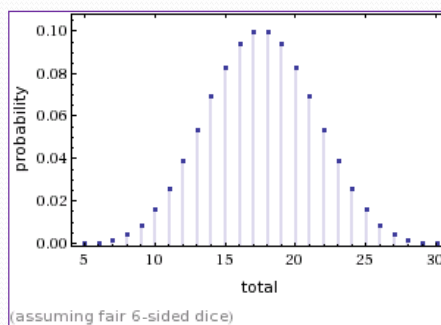
Arrojar 5 dados

all faces show	0
all dice different	$\frac{5}{54}$
doubles	$\frac{25}{36}$
3 of a kind	$\frac{125}{648}$
4 of a kind	$\frac{25}{1296}$

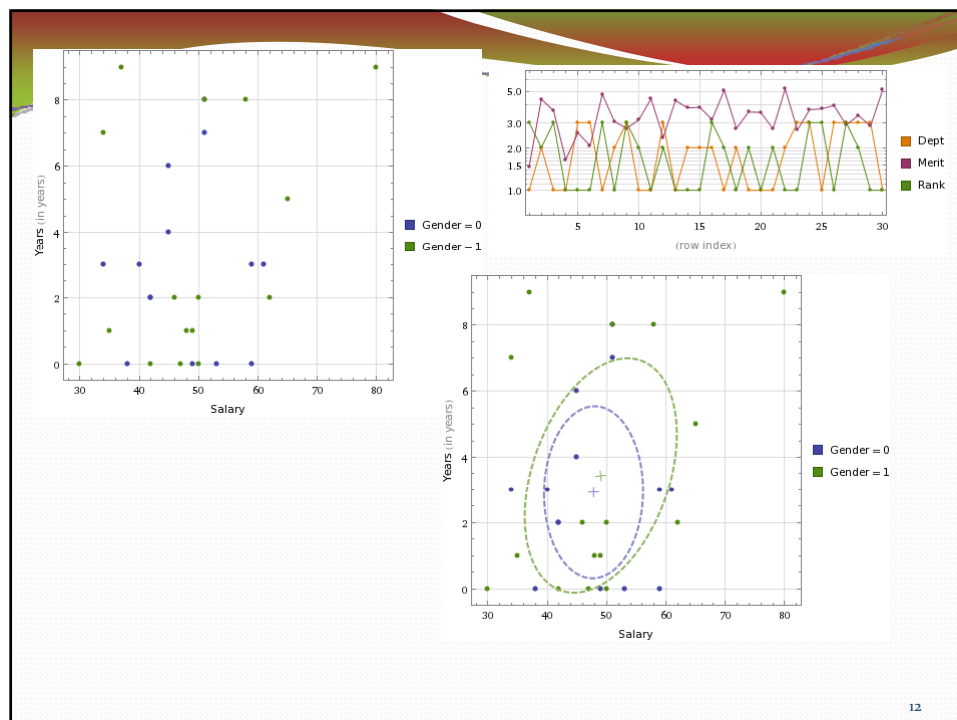
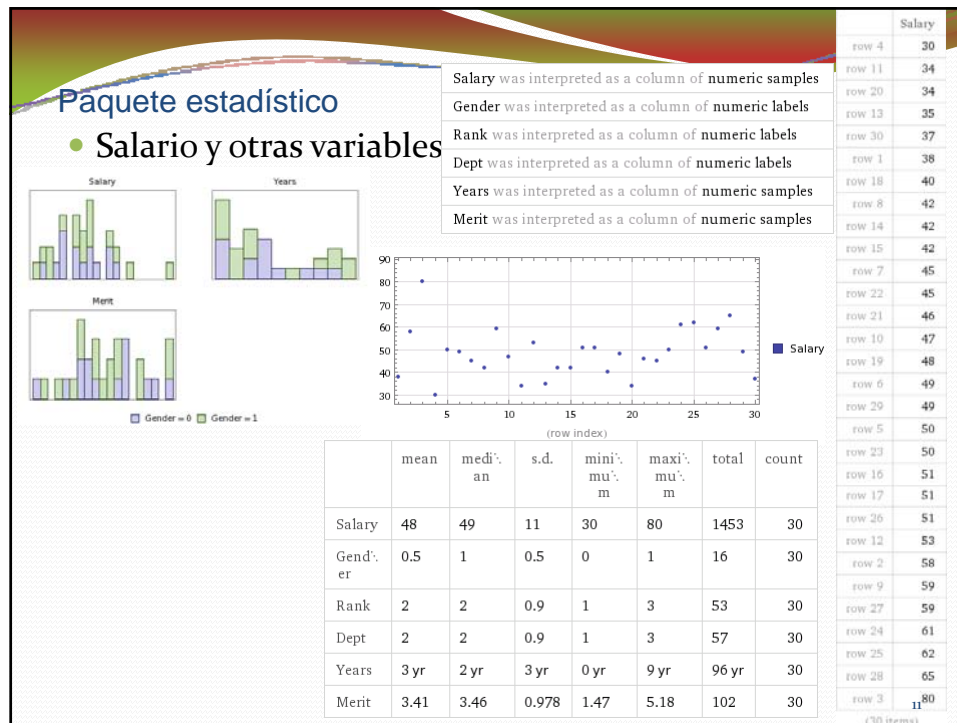
(assuming fair 6-sided dice)
(doubles excludes 3 of a kind, 3 of a kind excludes 4 of a kind, etc.)

expected value	17.5
standard deviation	3.819
variance	14.58

(assuming fair 6-sided dice)

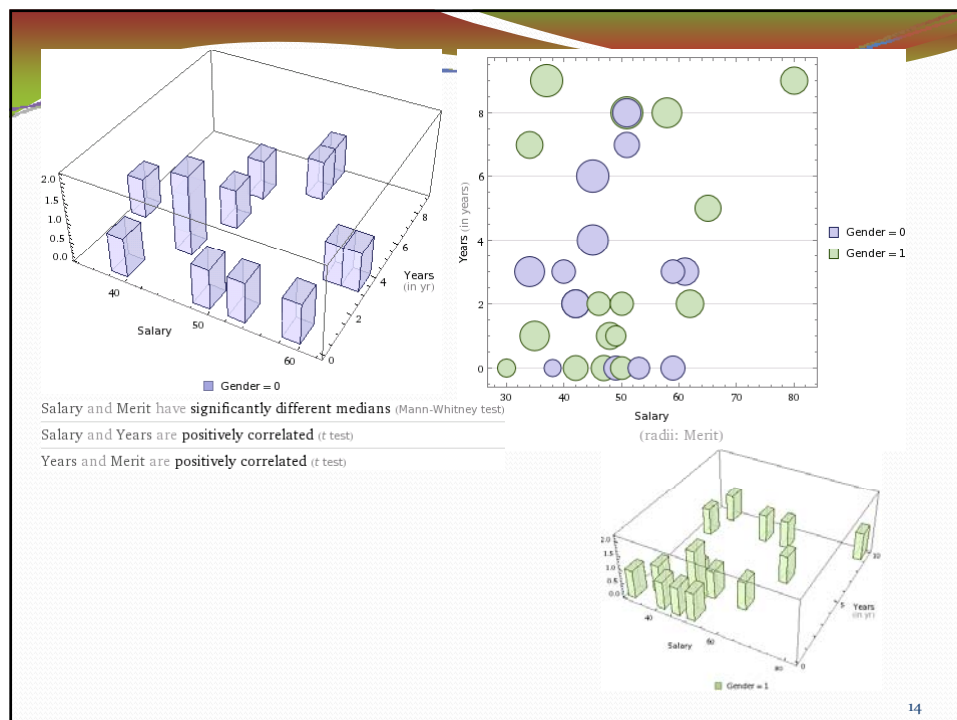


10





13



14